

Anexo 3

Metodología

ANEXO 3.1 MODELO DE REGRESIÓN Y GRÁFICAS DE RELACIONES TASAS DE POBREZA Y TASAS DE RETARDO EN TALLA

A fin de configurar la medida de similaridad (pobreza estructural), se aplicó a un conjunto de variables, cuyos cambios podrían tomar la misma dirección de los cambios de la pobreza por ingresos, un diagnóstico de colinealidad, utilizando componentes principales para evaluar si dichas variables no eran una función de otras.

Los principales resultados de este análisis indican que:

- a) El retardo severo no genera colinealidad cuando se combina simultáneamente con otras variables, salvo desde luego con el retardo total y el moderado. Además, explica la mayor parte de la variabilidad de la pobreza cuando se combina con otras variables estudiadas.
- b) El retardo moderado genera colinealidad cuando se combina simultáneamente con otras variables, por lo que el retardo moderado es superado por el severo y puede descartarse.
- c) El retardo total tiene un comportamiento similar al moderado, razón por la que se vuelve variable candidata a ser evacuada.

En consecuencia, el retardo severo resultó ser el mejor candidato para acompañar a la pobreza extrema o a la total para configurar la condición de pobreza estructural de los municipios.

Utilizando las dos variables (pobreza y retardo severo) para establecer correlaciones, tenemos los siguientes resultados para la pobreza como variable explicada:

Tasa de pobreza extrema y Tasa de retardo severo (Análisis lineal)

Multiple R	.40279
R Square	.16224
Adjusted R Square	.15894
Standard Error	11.74547

Tasa de pobreza total y Tasa de retardo severo (Análisis lineal)

Multiple R	.41267
R Square	.17030
Adjusted R Square	.16703
Standard Error	13.51574

En la búsqueda de mejorar la relación entre estas variables, se exploró una cantidad importante de modelos en los que se elevara el porcentaje de variabilidad explicada por el retardo. El resultado fue un modelo de ajuste a través de una curva llamada "Curva de Potencia", que es de la forma general*:

$$Y = b_0 (X^{b_1}) \text{ ó } \ln Y = \ln (b_0) + b_1 * \ln(X)$$

Los resultados de las correcciones para las dos variables son las siguientes:

**Tasa de pobreza extrema y
Tasa de retardo severo (Análisis curvilíneo)**

Multiple R	.39133
R Square	.15314
Adjusted R Square	.14980
Standard Error	.51344

**Tasa de pobreza total y
Tasa de retardo severo (Análisis curvilíneo)**

Multiple R	.41272
R Square	.17034
Adjusted R Square	.16707
Standard Error	.29678

* Como sólo se trata de establecer correlación de cambios entre las variables, se optó por la pobreza como variable explicada por ser la tasa de retardo severo una variable de origen censal.

Y para la pobreza extrema a partir del retardo severo la ecuación toma la forma siguiente:

$$\text{Pobreza extrema} = 15.887631 * (\text{Retardo severo})^{0.333176}$$

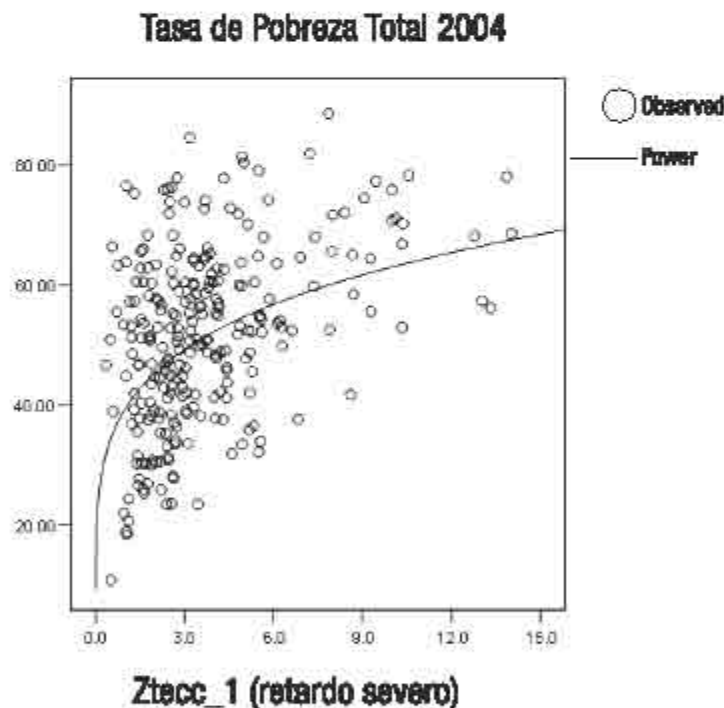
$$\ln(\text{Pobreza extrema}) = \ln(15.887631) + 0.333176 * \ln(\text{Retardo severo})$$

Para la pobreza total la ecuación se presenta con los siguientes valores:

$$\text{Pobreza total} = 39.207119 * (\text{Retardo severo})^{0.205206}$$

$$\ln(\text{Pobreza total}) = \ln(39.207119) + 0.205206 * \ln(\text{Retardo severo})$$

A pesar que la variabilidad explicada es del 15.31%, menor que el modelo lineal para la pobreza extrema y similar (17.03%) al modelo para la pobreza total, el comportamiento gráfico presenta propiedades consistentes con la conducta esperada de la asociación entre las dos variables: Fuerte aceleración de cambio al principio y desaceleración o estabilización del cambio a partir de un punto crítico (ver gráfica)



La conclusión de este análisis de ajuste curvilíneo es que la variable de retardo severo resulta consistente con el carácter independiente que debe de tener otra variable como dimensión de pobreza estructural, ya que su R^2 no es de una magnitud elevada. Si el R^2 fuese elevado, la variable perdería su carácter de dimensión distinta, y carecería de sentido incorporarla para configurar los clúster.

ANEXO 3.2 PROCEDIMIENTO DE AGRUPAMIENTO POR MÉTODO DE LAS K-MEDIAS

Una vez seleccionadas las variables, para optar por un método para la configuración de los clúster, se siguieron los pasos descritos a continuación:

3.2.1) Estudio de dichas variables para detección de valores atípicos.

En cuanto presencia de valores atípicos en las variables que puedan distorsionar importantemente la pertenencia natural de los municipios a los clúster, no se detectó ninguno. Esto fue claramente visible a través del análisis de gráficos de dispersión matricial, en donde no se observaron datos que rompieran la tendencia del conjunto de puntos.

3.2.2) Análisis para examinar la necesidad de estandarizar los datos.

Muchas de las medidas de similaridad son bastante sensibles, a diferencias de escalas o de magnitudes hechas entre variables. En general, las variables con una gran dispersión (valores grandes de sus desviaciones típicas) tienen más impacto en el valor final de la similaridad. Es decir: cuando las variables vayan en unidades distintas, conviene estandarizarlas¹ para evitar que el resultado del algoritmo dependa de cambios irrelevantes en la escala de medida. Cuando vayan en las mismas unidades, suele ser mejor no estandarizar, ya que una varianza mucho mayor que el resto puede deberse precisamente a que existen dos grupos de observaciones en esa variable, que podemos ocultar al estandarizar². Ya que en este caso ambas variables van en la misma escala –la de unidades porcentuales–, se decidió no estandarizar.

3.2.3) Identificación del tipo de variables de aglomeración.

Una vez establecidas las variables y los objetos a clasificar, y la decisión de la estandarización sobre ambos, se hace necesario identificar el tipo de datos de ellas, es decir: si son variables cuantitativas³ o no. Dependerá de ello la medida de similaridad escogida. Si la variable es cuantitativa, la medida de similaridad será la correlación o la distancia. En el caso de que no sea cuantitativa, es decir categórica o binaria, la medida será de asociación. Ya que ambas variables –la tasa de pobreza total y el retardo en peso y talla– se expresan en unidades porcentuales –esto es: pueden tomar valores en el intervalo de 0 a 100–, son de tipo cuantitativo.

¹ La forma más común de estandarización es la conversión de cada variable en puntuaciones típicas (también conocidas como puntuaciones Z). La forma de cálculo es que se resta a cada observación de cada variable su media, y se divide este resultado entre la desviación típica de la variable en cuestión. Este proceso vuelve independiente del tamaño absoluto de los datos y de su dispersión la medida de las variables, pues los valores que toma cada medición son el número de veces que la desviación estándar cabe en la distancia a la media de la variable original, de manera que las variables a utilizar tendrían un origen y escalas equivalentes.

² Un ejemplo que ilustra claramente cómo la estandarización puede dificultar la identificación de grupos son 75 datos presentados por Ruspini para comparar distintos algoritmos de clasificación. En dicho gráfico, en 2 dimensiones, estos datos sin estandarizar reflejan claramente cuatro grupos muy distantes entre sí. En cambio, al estandarizarlos, esas diferencias desaparecen, aglomerándose todos los datos en un solo grupo. Ver Daniel Peña: Análisis de datos multivariante, p. 233, Mc-Graw-Hill, 2002.

³ Estas variables cuantitativas pueden ser medidas en escala de intervalo o de razón. En el caso de variables categóricas, éstas pueden ser de "Frecuencias", que son variables con diferentes categorías, o de "Datos binarios", en los que las variables analizadas son binarias de forma que "0" indica la ausencia de una característica y 1 su presencia. Una exposición muy clara sobre el tipo de datos puede consultarse en Inferencia estadística. Aplicaciones con SPSS. Vicente Manzano Arondo, 1997, Editorial Alfaomega.

3.2.4) Análisis para determinar el tipo de enfoque, ya sea de patrón o sobre la proximidad.

Como las variables seleccionadas para este estudio son de carácter cuantitativo, se pueden aplicar dos tipos de enfoque para formar los conglomerados. El primero de ellos es el enfoque sobre el patrón o estructura de los elementos de un conjunto, y su propósito es la construcción de jerarquías por su similitud, lo cual implica ordenar en niveles. Este tipo de clasificación es muy frecuente en biología, por ejemplo en la elaboración de taxonomías, al clasificar animales, plantas, etcétera. El otro tipo de enfoque es sobre la proximidad de los elementos de una población. Su propósito es dividir en un número prefijado de grupos un conjunto de datos que sospechamos es heterogéneo. Este enfoque es más adecuado para establecer tipologías. Un ejemplo de ello es su aplicación para la clasificación de países de acuerdo con variables demográficas⁴. De acuerdo con lo anterior, el enfoque más apropiado para este estudio es el de proximidades, puesto que no se busca jerarquizar anidadamente y se desea un número prefijado de conglomerados.

3.2.5) Establecer la medida de similaridad.

Una vez que se ha establecido que la variable es cuantitativa, y que el enfoque es sobre la proximidad, la medida de similaridad es necesariamente la distancia. Una característica es que, cuanto mayor es su valor, **más diferentes** son los objetos y menor la probabilidad de que los métodos de clasificación los pongan en el mismo grupo; y mientras menores sean, más similares serán, y mayor la probabilidad de que los métodos de clasificación los pongan en el mismo grupo⁵. En la literatura existen multitud de medidas de distancia, cada una de ellas con propiedades específicas, dependiendo del tipo de problema a resolver. La más utilizada es la "euclídea", pero tiene el inconveniente de depender de las unidades de medida de las variables; es decir que la distancia entre dos elementos puede cambiar si se cambian las unidades de medida de alguna de sus variables. Sin embargo, en este estudio las unidades de las variables son similares, y en consecuencia permitieron decidirse por la distancia euclídea.⁶

Una vez seleccionadas las variables que serían utilizadas para formar los clúster o grupos, y considerando que no existe necesidad de estandarizar los datos de ellas, pues ambas están expresadas en unidades porcentuales, que ambas son cuantitativas, que

4

Un ejemplo muy ilustrativo de este enfoque es la clasificación real de un conjunto de 91 observaciones y 6 variables, correspondientes a 91 países. Las variables son indicadores de desarrollo. Las seis variables son: tasas de natalidad, mortalidad, mortalidad infantil, esperanzas de vida en hombres y en mujeres, producto nacional bruto per capita. Los datos provienen de UNESCO 1990 Demographic Year Book y de Annual Register 1992. Ver Análisis de datos multivariante, Daniel Peña, pp. 226-229, Editorial Mac Graw Hill.

5

En cambio, la medida de similaridad para el enfoque sobre el patrón, que es la correlación, es a la inversa, pues mide el grado de semejanza entre dos objetos de forma que cuanto mayor es su valor, mayor es el grado de similaridad existente entre ellos, y mayor la probabilidad de que los métodos de clasificación tiendan a ponerlos en el mismo grupo. Y cuanto menor es su valor, menor es el grado de similaridad existente entre ellos, y menor la probabilidad de que los métodos de clasificación tiendan a ponerlos en el mismo grupo. La forma más usual de esta medida es el coeficiente de correlación en sus distintas modalidades, que depende de si la variable es cuantitativa o no. De entre la gran variedad de libros al respecto, pueden consultarse: Hand, D. J.(1997), Construcción and Assesment of Clasificación Rules; Wiley. Jambu, M. (1991): Applied Multivariate Data Analisys.

6

Existen alternativas que resuelven el problema generado por el cambio de unidades arriba citado, como lo son la familia de métricas euclídeas ponderadas, entre las cuales podemos mencionar la "distancia euclídea", pero aplicada a las variables originales estandarizadas. Otra distancia que resuelve este problema es la "de Mahalanobis", que además toma en cuenta la forma de un elemento a partir de su estructura de correlación. La explicación de este aspecto se detalla en el anexo M6. Nombres asociados a otras distancias utilizadas usualmente son: "Euclídea al cuadrado", "de Chebychev", "de Manhattan", "de Minkowski", "City-Block" y otras.

nos enfocaremos en la proximidad de los municipios, que la medida de ésta será la distancia euclídea, que tenemos la hipótesis razonable de que “las características del tipo y grado de asociación de las variables involucradas no impactaran negativamente las propiedades de los clúster a obtener”, de acuerdo con lo analizado en este acápite, se está en condiciones de seleccionar el método de clúster específico.

3.2.6) Selección del algoritmo específico de formación de los clúster.

De acuerdo con lo analizado en las etapas anteriores, el algoritmo tendrá que ser no jerárquico, debido a la naturaleza del enfoque, ya que este es de proximidad y no de patrón. Una vez aclarado que el algoritmo será no jerárquico⁷, se considero no partir de base subjetiva alguna, salvo el número de grupos a esperar, por lo que la familia de métodos de este tipo que parten de algunos valores de grupo llamados “centros”, pero dados por el usuario, fueron descartados, y se consideró en su lugar los conocidos como “división para la optimización”. Difieren de los anteriores procedimientos en el sentido de que los objetos pueden reasignarse posteriormente a otros grupos, a fin de optimizar un criterio general, como la “distancia dentro de los grupos” para un número determinado de conglomerados.

Desde luego que aplicar el método seleccionado implicará observar su consistencia en la práctica, es decir: si no se forman conglomerados muy pequeños u otro tipo de problemas. En este sentido se seleccionó el método, que le dio solución a los problemas listados a continuación.

A) Se desea que la clasificación esté formada por cuatro grupos, es decir por un número prefijado⁸ Cuatro para este estudio., de manera que cada municipio pertenezca a uno y sólo uno de los grupos, todos los municipios queden clasificados y estos grupos sean similares a su interior y diferentes entre sí.

Solución: Los métodos de clasificación estudian varios tipos de problema, entre ellos el llamado problema de “Partición”, cuyo contenido coincide precisamente con el arriba citado. Para cuya solución existe el método conocido como “Método de las K-medias”. Entre las ventajas de este tipo de método podemos mencionar su conveniencia cuando los datos a clasificar son muchos: suponer que el número de grupos es conocido **a priori**, y que su algoritmo busca la partición óptima en el sentido de que si, moviendo un elemento a un grupo, se reduce una medida de variabilidad total, entonces el elemento se hace pertenecer

⁷ Estos métodos incluyen el umbral secuencial, umbral paralelo y la división para la optimización. En el método del umbral secuencial se selecciona un centro de grupo y se agrupan todos los objetos dentro de un valor de umbral que se especifica previamente a partir del centro. Después se selecciona un nuevo centro o semilla de grupo, y el proceso se repite para los puntos sin agrupar. Una vez que un objeto se agrupa con una semilla, ya no se considera para su conglomerado con semillas subsecuentes. El método del umbral paralelo funciona de manera similar, excepto que se seleccionan simultáneamente varios centros de grupo y se agrupan los objetos del nivel del umbral dentro del centro más próximo. El método de división para la optimización difiere de los otros dos procedimientos de umbral en que los objetos pueden reasignarse posteriormente a otros grupos, a fin de optimizar un criterio general, como la distancia promedio dentro de los grupos para un número determinado de conglomerados.

⁸ Cuatro para este estudio.

al grupo y el algoritmo termina hasta que ya no es posible reducir tal variabilidad.

B) La clasificación deberá permitir cuantificar la similitud entre municipios, de forma que, cuanto mayor sea su valor, más diferentes serán los municipios, y cuanto menor sea su valor, menos diferentes serán, es decir: deberá permitir medidas de distancia de manera que sea más amigable o familiar la interpretación de la medición de similitud o de diferencia por el usuario final.

Solución: Los métodos de clasificación, y en particular el “método de las K-medias”, permiten cuantificar la similitud a través de funciones de distancia con esas características, lo cual ya fue aclarado en los acápites anteriores.

C) El criterio de clasificación deberá ser lo menos subjetivo posible.

Solución: Los métodos de clasificación del “Análisis de clúster” son automáticos, y para el caso del algoritmo de K-medias, una vez definido el número de grupos y los grupos de inicio, el resto está liberado de toda subjetividad. Esto se debe a que el algoritmo busca la solución óptima sin más parámetro externo que dicho número de grupos, el cual inclusive podría ser calculado a partir de un método jerárquico.

El método finalmente seleccionado, de acuerdo con lo anteriormente expuesto, es el método de las K-medias por división para la optimización.

Debe entenderse, a partir de la aplicación del método de K-medias, que éstos son los agrupamientos más semejantes en su interior y más diferentes entre ellos. Cualquier migración de un municipio a otro tendría el impacto de disminuir la similitud interna de estos clúster o reducir la diferencia entre ellos, es decir: estos clúster son “óptimos” de acuerdo con los datos de entrada, que fueron los valores de las tasas de pobreza y retardo de los 262 municipios.

Una vez seleccionado el método de k-medias, se procede a generar un conjunto de valores iniciales para establecer los agrupamientos. En el caso de la pobreza extrema se procedió de la siguiente forma:

Paso 1: Se genera un conjunto de valores iniciales en una cantidad igual al número de grupos en que se desea partir la población investigada. Estos valores recibirán el nombre de “centros de los clúster”, y cada uno estará formado por varios números –uno por cada variable seleccionada para la formación de los mismos– y se obtienen a partir de la media de cada variable en cuestión. En este estudio la estimación de los cuatro centros iniciales fue la siguiente:

CENTROS INICIALES DE CLÚSTER	MEDIA DE TASA DE POBREZA	MEDIA DE RETARDO SEVERO
1er Centro de clúster	23.90	10.3
2do Centro de clúster	59.50	13.9
3er Centro de clúster	43.20	3.7
4to Centro de clúster	4.20	0.5

SPSS presenta la misma información del cuadro anterior de la siguiente manera:

Centros iniciales de los conglomerados

	Clúster			
	1	2	3	4
Tasa de pobreza extrema 2004	23.90	59.50	43.20	4.20
Ztecc_1 (retardo severo)	10.3	13.9	3.7	.5

Paso 2: Una vez definidos los centros iniciales de los clúster, se procede a medir la distancia (en este estudio euclídea) entre dichos centros y los municipios (representados por puntos con dos componentes: la medida en pobreza y la medida en retardo), de manera que un municipio se asigna al clúster asociado al centro iniciales cuya distancia es menor.

Paso 3: Se calculan las medias dentro de los clúster, y éstas constituyen ahora los nuevos centros.

Paso 4: Definido un criterio de optimalidad, en este estudio –por ejemplo– minimizar la varianza total al interior de los clúster, que es la suma de la las varianzas de cada variable, se comprueba si reasignando alguno de los municipios a los clúster mejora el criterio, es decir: si se reduce la varianza al interior de los mismos y aumenta entre ellos. Si no es posible mejorar el criterio, termina el proceso.

Paso 5: Repetir los pasos 2 y 3 y 4 hasta que se dé un criterio de parada. Un criterio puede ser que la diferencia entre dos centros sucesivos sea menor que un número cercano a cero, que el usuario puede definir. SPSS presenta estas diferencias entre los sucesivos centros, que se generan hasta que se detiene el proceso, y los centros finales de la siguiente manera:

Historial de iteraciones ^a

Iteration	Change in Cluster Centers			
	1	2	3	4
1	6.667	6.193	2.922	6.726
2	.722	2.756	.989	1.119
3	.410	2.194	.889	.595
4	.022	1.584	.850	.150
5	.236	.586	.593	.076
6	.395	.845	.663	.076
7	.223	.482	.395	.075
8	.075	.231	.197	.000
9	.000	.235	.108	.000
10	.000	.235	.114	.000

- a. Iterations stopped because the maximum number of iterations was performed. Iterations failed to converge. The maximum absolute coordinate change for any center is .220. The current iteration is 10. The minimum distance between initial centers is 19.208.

Centros de los conglomerados finales				
	Cluster			
	1	2	3	4
Tasa de Pobreza extrema 2004	23.91	49.92	35.59	12.45
ztecc_1(retardo severo)	3.6	4.8	4.5	2.6

Numero de casos en cada conglomerado		
Cluster	Pobreza extrema moderada	82.000
	Pobreza extrema Severa	32.000
	Pobreza extrema Alta	68.000
	Pobreza extrema baja	80.000
Valid		262.000
Missing		.000

En el caso de la configuración de agrupamientos para la pobreza total se procedió de la siguiente manera:

Paso 1: Se genera un conjunto de valores iniciales en una cantidad igual al número de grupos en que se desea partir la población investigada. Estos valores recibirán el nombre de “centros de los clúster”, y cada uno estará formado por varios números, uno por cada variable seleccionada para la formación de los mismos, y se obtienen a partir de la media de cada variable en cuestión. En este estudio la estimación de los cuatro centros iniciales fue la siguiente:

CENTROS INICIALES DE CLÚSTER	MEDIA DE TASA DE POBREZA	MEDIA DE RETARDO SEVERO
1er Centro de clúster	23.90	10.3
2do Centro de clúster	59.50	13.9
3er Centro de clúster	43.20	3.7
4to Centro de clúster	4.20	0.5

SPSS presenta la misma información del cuadro anterior de la siguiente manera:

Centros iniciales de los conglomerados

	Cluster			
	1	2	3	4
Tasa de pobreza total 2004	10.60	88.50	33.80	58.80
ztecc_1(retardo severo)	.5	7.9	5.6	2.8

Paso 2: Una vez definidos los centros iniciales de los clúster, se procede a medir la distancia (en este estudio euclídea) entre dichos centros y los municipios (representados por puntos con dos componentes: la medida en pobreza y la medida en retardo), de manera que un municipio se asigna al clúster asociado al centro iniciales cuya distancia es menor.

Paso 3: Se calculan las medias dentro de los clúster, y éstas constituyen ahora los nuevos centros.

Paso 4: Definido un criterio de optimalidad, en este estudio –por ejemplo– minimizar la varianza total al interior de los clúster, la cual es la suma de la las varianzas de cada variable, se comprueba si reasignando alguno de los municipios a los clúster mejora el criterio, es decir: se reduce la varianza al interior de los mismos y aumenta entre ellos. Si no es posible mejorar el criterio, termina el proceso.

Paso 5: Repetir los pasos 2 y 3 y 4 hasta que se dé un criterio de parada. Un criterio puede ser que la diferencia entre dos centros sucesivos sea menor que un número cercano a cero, que el usuario puede definir. SPSS presenta estas diferencias entre los sucesivos centros que se generan hasta que se detiene el proceso y los centros finales de la siguiente manera:

Historial de Iteraciones*

Iteration	Change in Cluster Centers			
	1	2	3	4
1	7.372	10.441	3.863	1.519
2	4.502	2.874	2.142	.859
3	2.713	.961	1.464	.217
4	1.294	.607	.966	.086
5	.846	.388	.855	.132
6	.395	.000	.421	.146
7	.000	.000	.099	.072
8	.000	.000	.000	.000

* Convergence achieved due to nor or smaall change in cluster centres. The maximum absolute coordinate change for any center is .000. The current iteration is 8. The minimum distance between initial center is 23.743.

Número de casos en cada conglomerado

Cluster	Pobreza Total Baja	35,000
	Pobreza Total Severa	46,000
	Pobreza Total Moderada	73,000
	Pobreza Total Alta	108,000
Valid		262,000
Missing		.000

ANEXO 3.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LAS TASAS DE POBREZA EXTREMA A VARIACIONES DE LA LÍNEA DE POBREZA EXTREMA.

3.3.1 Establecimiento de universo y subconjuntos analizados.

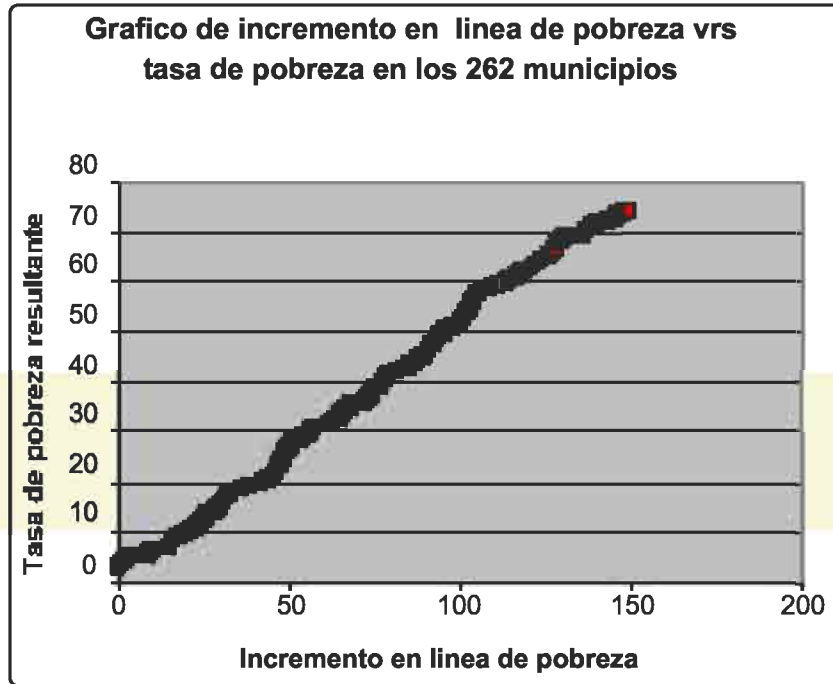
A fin de aproximarnos a conocer la relación que guarda el incremento en la línea de pobreza como variable independiente con la tasa de pobreza como variable dependiente, se procedió a crear un modelo sencillo en el que los 262 municipios y su ingreso per capita mensual, representaban a hogares con su respectivo ingreso per capita mensual. Esto permitió comparar dichos ingresos con una línea de pobreza extrema de referencia equivalente a \$1.0 diarios durante 30 días, que es igual 262.5 colones correspondientes al costo mensual de la canasta básica de alimentos por persona.

A esta línea de pobreza extrema se le adicionaron incrementos arbitrarios constantes, que tendrían necesariamente asociada una tasa respectiva de pobreza, para el conjunto de la población de hogares, con lo cual se generaron los insumos necesarios para bosquejar la forma de la relación entre líneas y tasas de pobreza.

3.3.2 Forma de comportamiento de la TPE (Tasa de pobreza extrema) en función de la LP (Línea de pobreza)

Es fácil, al observar el Gráfico 1, advertir el comportamiento lineal al que tiende la tasa de pobreza en función de los incrementos de la línea de pobreza. Esto significa que el cambio en la tasa de pobreza por cambio en una unidad de incremento de la línea de pobreza es constante, no importando a partir de qué valor de la línea de pobreza se parta del incremento en la misma.

Gráfico 1



En términos formales, dada la poca dispersión que presentan los puntos representados en el gráfico uno, fácilmente podemos tener una aproximación de ese incremento constante en la tasa, medido a partir de incrementos en la línea de pobreza, estimando la pendiente de la recta formada por dos puntos de la misma y una mejor aproximación a partir de la pendiente de la recta de mínimos cuadrados. Para efectos de una rápida ilustración, calcularemos dicha pendiente a partir del primero de los métodos mencionados. En términos generales esta pendiente se calcula así:

$(\Delta \text{Tasa de pobreza} / \Delta \text{línea de pobreza}) \cong (\text{Tasa de pobreza}_1 - \text{Tasa de pobreza}_0) / (\text{Línea de pobreza}_1 - \text{Línea de pobreza}_0)$
constante

Y en términos específicos, dados el punto (Línea de pobreza₀, Tasa de pobreza₀) = (0, 2.67) y el punto (Línea de pobreza₁, Tasa de pobreza₁) = (149.9, 74.05), tenemos que:

$(\Delta \text{Tasa de pobreza} / \Delta \text{línea de pobreza}) \cong (74.05 - 2.67) / (149.9 - 0) \cong 0.48$, lo cual significa que el incremento en la tasa de pobreza es aproximadamente la mitad del incremento en la línea de pobreza.

Ahora bien, si al conjunto de la población de hogares lo segmentamos en cuatro grupos atendiendo a sus ingresos medios, utilizando como proxy la condición de pobreza de los municipios, tendríamos las siguientes gráficas de relación lineal entre los diferentes tipos de "hogares":

Al igual que en el análisis general anterior la relación entre el incremento de la línea de pobreza y la tasa de pobreza es siempre lineal tal como puede observarse en las graficas 2-5.

Gráfico 2

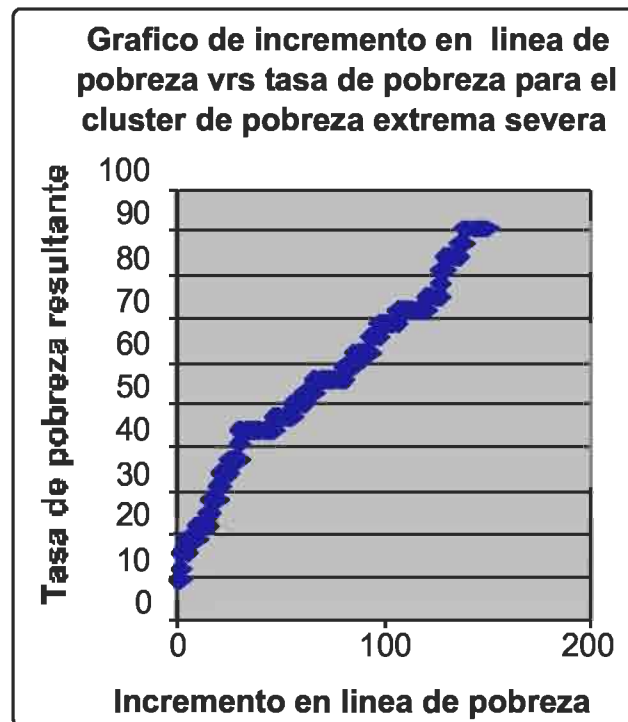


Gráfico 3

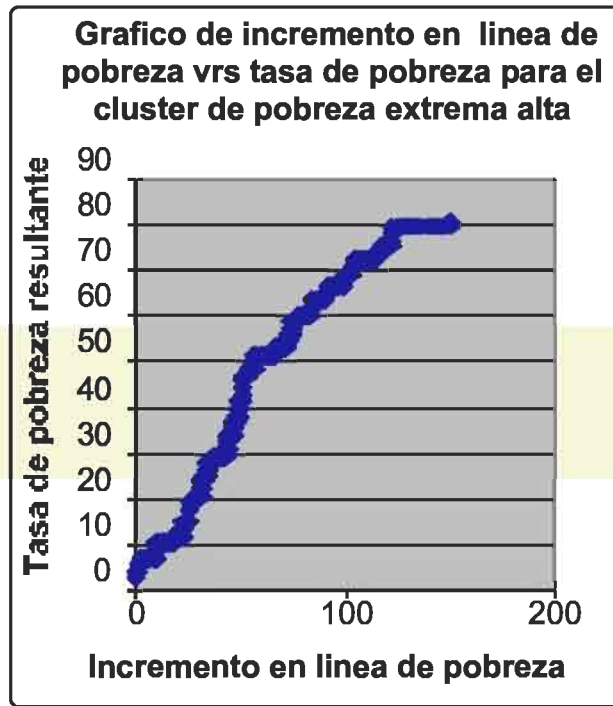


Gráfico 4





Salvo ligeras desviaciones, las gráficas tienden a mostrar el comportamiento de líneas rectas, con inclinaciones más o menos similares, es decir que el cambio en la tasa de pobreza por cambio por unidad en la línea de pobreza tiende a ser el mismo. Esto se ilustra mejor con los valores estimados de las pendientes de las mismas, los cuales son bastante parecidos. Ello se refleja en una medida de su homogeneidad, como es la varianza, y su raíz cuadrada la desviación estándar, que se presentan en la siguiente tabla:

Clúster por condición de pobreza extrema	Estimación de pendiente de recta
Nacional	0.48
Pobreza Extrema Severa	0.54
Pobreza Extrema Alta	0.62
Pobreza Extrema Moderada	0.61
Pobreza Extrema Baja	0.38
Varianza	0.01
Desviación estándar	0.07

La consecuencia de lo anteriormente observado en los distintos subconjuntos respecto de la velocidad con la que crece la tasa de pobreza en función de variaciones de la línea de pobreza, es que, para todo el “universo” de hogares, una variación del costo de la canasta alimentaria básica sería casi equivalente a agregar una constante al valor de la tasa de pobreza de cada municipio, lo que no afectará los clúster, puesto que la varianza es invariante por traslación, ya sea ésta unidimensional o multidimensional. En otras palabras, las diferencias en las tasas de pobreza de los municipios entre sí después del incremento de la línea estarán básicamente asociadas a los errores inherentes al muestreo aleatorio, por lo que se esperaría que, si el incremento de la línea de pobreza es razonable, las migraciones de municipios de un clúster a otro sean mínimas.